

《数学大观》

二十三、宋元数学名家

——李冶与朱世杰

主讲人：青课



01

李冶与天元术



李冶（1192-1279），金元时期著名数学家，字仁卿，号敬斋，金朝真定府栾城县（今河北栾城县北）人。



李冶在1248年著成《测圆海镜》12卷，1259年又写成《益古演段》3卷。

这两部数学著作一直流传至今，成为我国宋元数学的宝贵遗产。



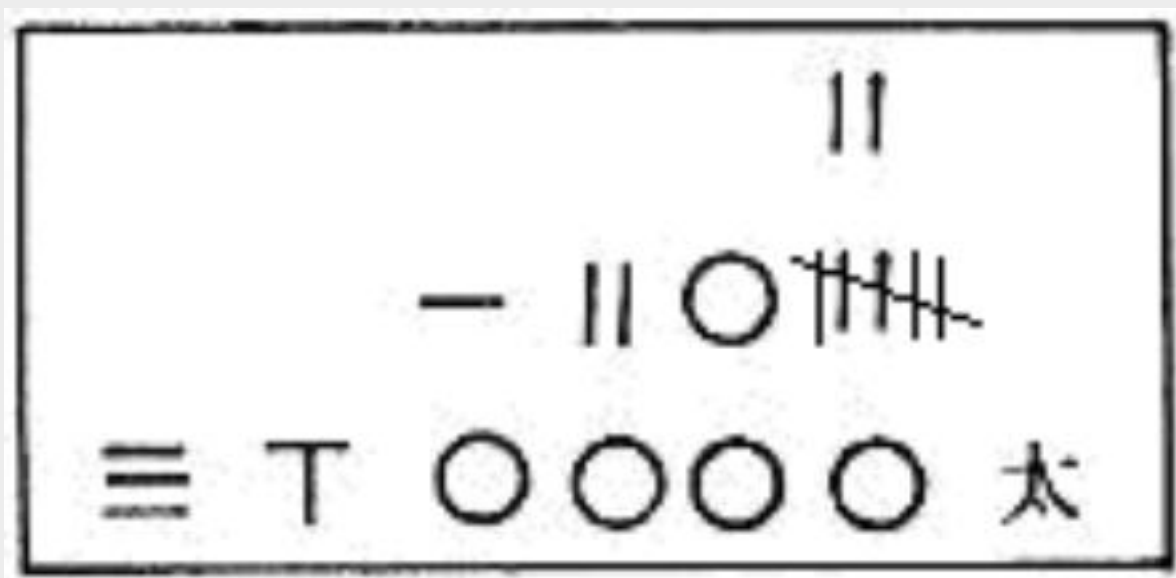
《测圆海镜》书影（清代抄本）



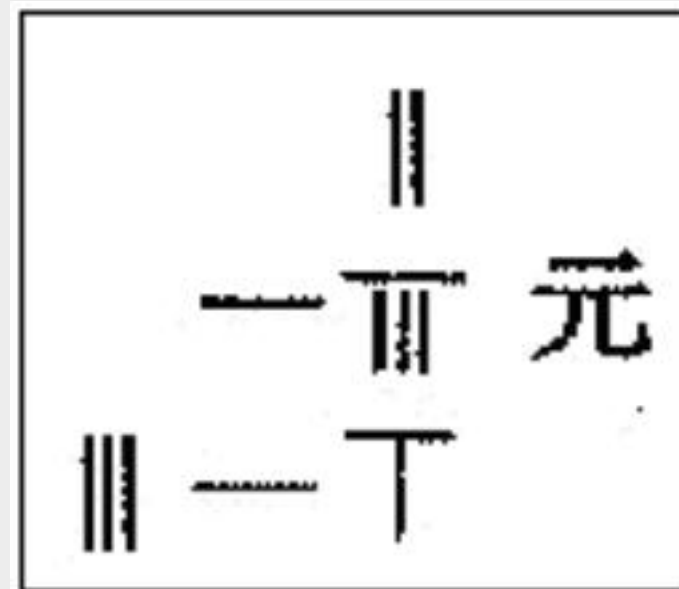


《测圆海镜》是现存最早的一部系统使用“天元术”的著作，宋、元的天元术相当于现在的代数或方程论。

李冶在书中明确使用“天元”代表未知数 x ，以常数项为“太极”，在旁边记“太”字， x 的系数旁边记“元”字。



$$2x^2-1205x+360000$$



$$2x^2+18x+316$$

1.天元开方的一般化程序

相当于现今设未知数x

“天元术”的基本思想是：

- 立所求的量为“天元一”。
- 根据问题的条件，寻找两个等价的而且至少有一个含有天元（即x）的多项式。
- 最后把两个等价多项式连为方程。

通过两式相消，便得到含有天元的一般开方式，即一个一端为零的一般数字高次方程： $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0 = 0$



1.天元开方的一般化程序

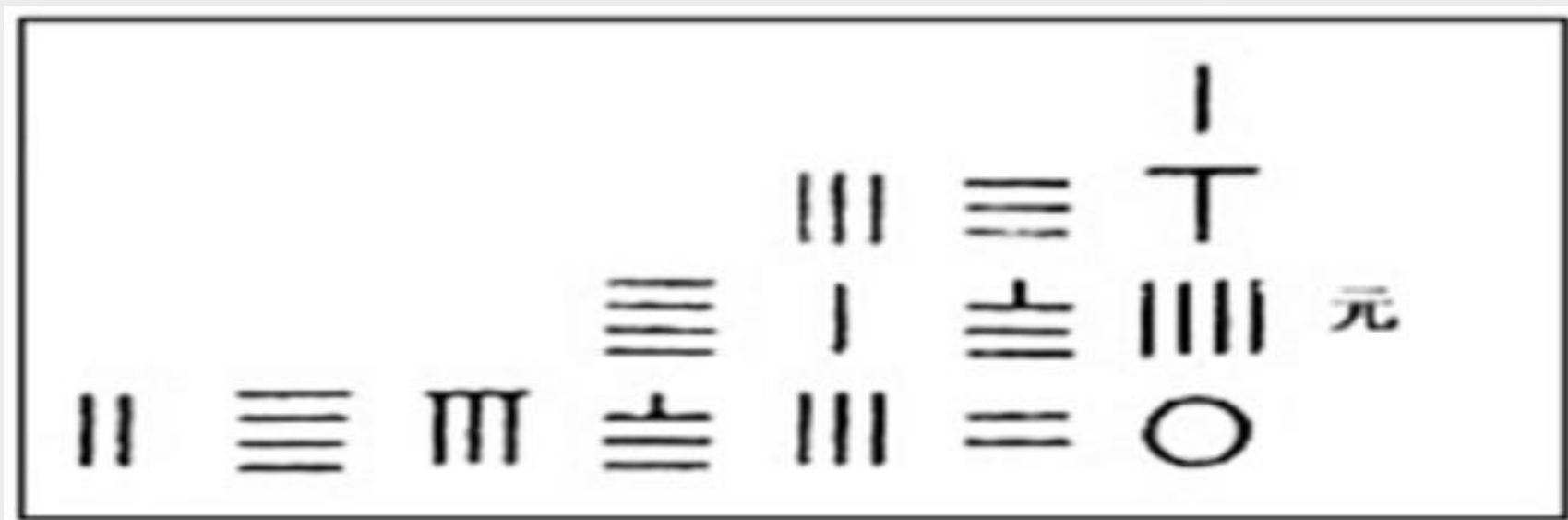
李冶的一般天元方程的程序，标志着方程理论有了**独立于几何**的倾向，这是数学思想上的突破。

李冶所列出的方程已突破秦九韶“实常为负”的限制，这时的**常数已无任何限制**，可正可负，而不拘泥于它的几何意义。



2.对幂概念的推进

从位置化数学的角度来看：以“太”为基准，
“乘则升（降）之，除则降（升）之”。



2.对幂概念的推进

李治的**幂**概念与西方引进特别的符号：
 x^0 、 x^1 、 x^2 、 x^3 、...、 x^{-1} 、 x^{-2} 、 x^{-3} 、...来表
示整指数幂是**趣异实同**的。时间上比西方的
牛顿（17世纪）要早600多年。





2.对幂概念的推进

在中国数学史上，以○表示零，最早见金《大明历》（1180）。如403写作“四○三”。

至秦九韶《数书九章》（1247），已大量使用○，李冶在《测圆海镜》（1248）中，采用了从○到九的完整数码。

3.○、负号和小数记法

中国是最早使用十进制小数的国家，古代小数记法多用数名，通常用分、厘、毫、丝、秒、忽等长度单位表示小数的位置或分数以下的奇零部分。如 7.59875尺记作七尺五寸九分八厘七毫五丝。





3.○、负号和小数记法

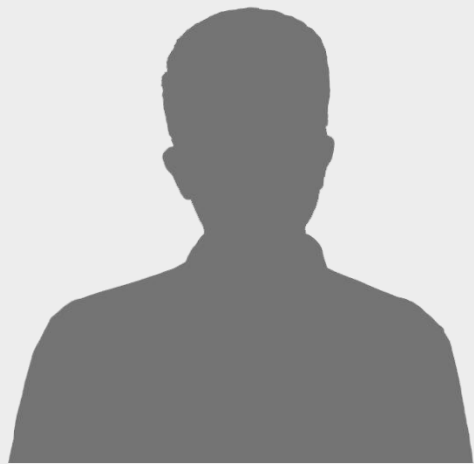
小数记法发展到宋元时期已大大简化，李冶取消数名，完全以位置表示小数，○起着小数点的作用。

○≡|||

0.34

||||_步上π

5.78



3.○、负号和小数记法

李冶还发明了负号表示，使用在筹上加斜画表示负数，通常画在**最后一位有效数字**上。



-75



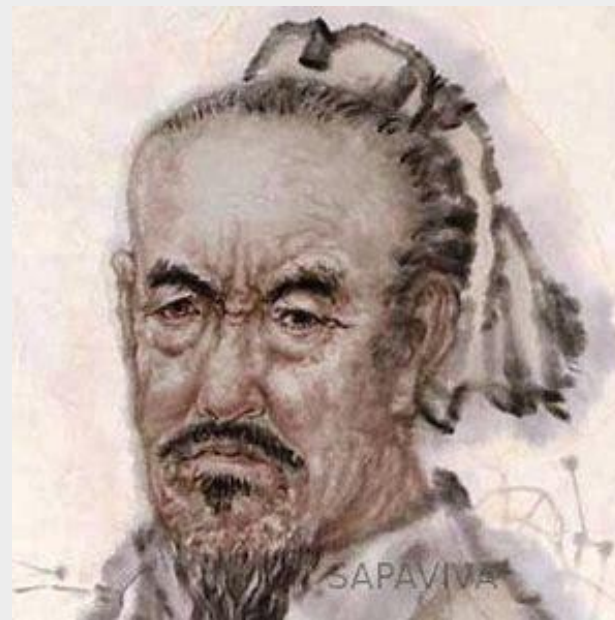
-360

02

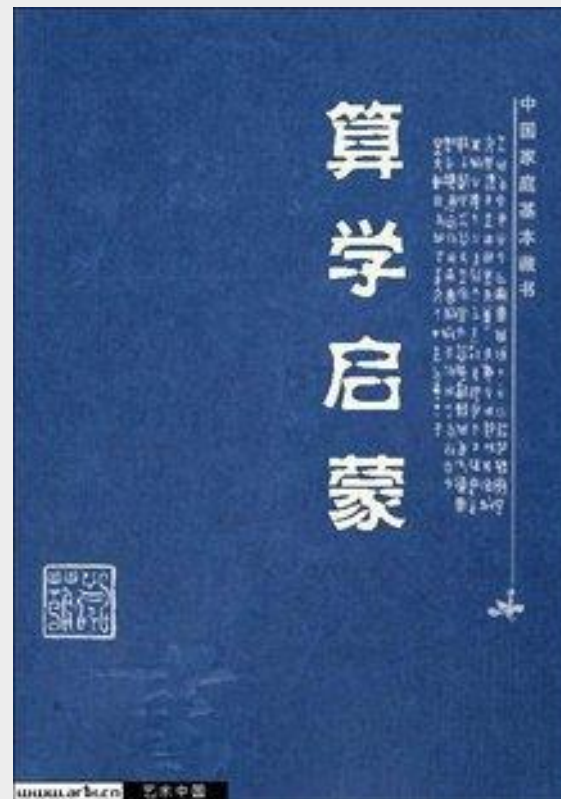
朱世杰和四元术



朱世杰（生卒年代不详，大约生活在13，14世纪），元代著名数学家，字汉卿，号松庭，北京附近人。朱世杰一生研究数学及进行数学教育，是杰出的数学家和数学教育家。



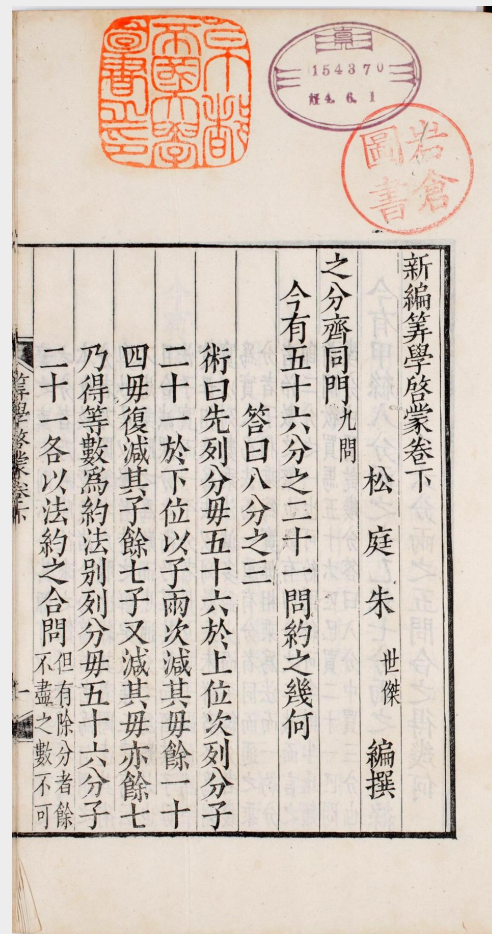
朱世杰曾以“数学名家周游湖海二十余年，四方之来学者日众”。他集宋金元数学之大成，著有《算学启蒙》（1299）、《四元玉鉴》（1303）传世。





《算学启蒙》共3卷，259问，内容包括四则运算、高次开方、“天元术”等，是一部当时较好的**数学启蒙书**。

其中所给出的正负数乘除法则和完整的“九归”除法口诀，为中国数学史上的首创。



《四元玉鉴》全书3卷，288问，
主要有朱世杰在多元高次方程组的解
法：“四元术”，以及高阶等差级数
的计算：“垛积术”、“招差术”等
方面的研究和成果。





朱世杰不仅提出了多元（最多到**四元**）高次联立方程组的**算筹摆置**记述方法，而且把四元一次联立方程解法推广到**四元高次**联立方程。

《四元玉鉴》含二元问题36个，三元问题13个，**四元问题7个**，“四元术”的题目代表了当时世界范围内方程组理论的最高水平。

朱世杰的高阶等差数列求和公式包含任意高次差的招差公式。

朱世杰的垛积招差术，是世界数学史上的首创，比牛顿的同样结果早400年。



感谢聆听

