

《数学大观》

## 二十三、宋元数学名家

——李治与朱世杰

主讲人：青课



01

## 李治与天元术



**李治** (1192-1279) , 金元时期  
著名数学家，字仁卿，号敬斋，金朝  
真定府栾城县（今河北栾城县北）人。



李冶在1248年著成《测圆海镜》12卷，1259年又写成《益古演段》3卷。

这两部数学著作一直流传至今，成为我国宋元数学的宝贵遗产。



《测圆海镜》书影（清代抄本）





《测圆海镜》是现存最早的一部系统使用“天元术”的著作，宋、元的天元术相当于现在的代数或方程论。

李冶在书中明确使用“天元”代表未知数 $x$ ，以常数项为“太极”，在旁边记“太”字， $x$ 的系数旁边记“元”字。

一一〇世太

$$2x^2 - 1205x + 360000$$

卷之三

$$2x^2 + 18x + 316$$

## 1. 天元开方的一般化程序

相当于现今设未知数x

“天元术”的基本思想是：

- 立所求的量为“天元一”。
- 根据问题的条件，寻找两个等价的而且至少有一个含有天元（即x）的多项式。
- 最后把两个等价多项式连为方程。

通过两式相消，便得到含有天元的一般开方式，即一个一端为零的一般数字高次方程： $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0 = 0$

## 1. 天元开方的一般化程序

李治的一般天元方程的程序，标志着方程理论有了  
独立于几何的倾向，这是数学思想上的突破。

李治所列出的方程已突破秦九韶“实常为负”的限制，这  
时的常数已无任何限制，可正可负，而不拘泥于它的几何意义。



## 2. 对幂概念的推进

从位置化数学的角度来看：以“太”为基准，“乘则升（降）之，除则降（升）之”。



## 2.对幂概念的推进

李治的幂概念与西方引进特别的符号：

$x^0$ 、 $x^1$ 、 $x^2$ 、 $x^3$ 、...、 $x^{-1}$ 、 $x^{-2}$ 、 $x^{-3}$ 、...来表

示整指数幂是趣异实同的。时间上比西方的牛顿（17世纪）要早600多年。



## 2.对幂概念的推进

在中国数学史上，以○表示零，最早见金《大明历》（1180）。如403写作“四○三”。

至秦九韶《数书九章》（1247），已大量使用○，李冶在《测圆海镜》（1248）中，采用了从○到九的完整数码。



### 3.○、负号和小数记法

中国是最早使用十进制小数的国家，古代小数记法多用数名，通常用分、厘、毫、丝、秒、忽等长度单位表示小数的位置或分数以下的奇零部分。如 7.59875 尺记作七尺五寸九分八厘七毫五丝。



### 3.○、负号和小数记法

小数记法发展到宋元时期已大大简化，李冶取消数名，完全以位置表示小数，○起着小数点的作用。

○≡||||

0.34

||||上||  
步

5.78



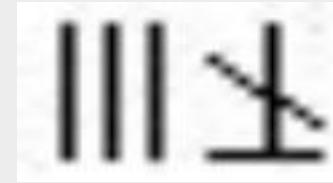
### 3.○、负号和小数记法

李治还发明了负号表示，使用在筹上加斜画表示负数，通常画在**最后一位有效数字**上。

筹算表示 -75。在筹数 75 的基础上，在个位数 5 上加了一条斜线，表示负数。

筹算表示 -75

-75

筹算表示 -360。在筹数 360 的基础上，在个位数 0 上加了一条斜线，表示负数。

筹算表示 -360

-360

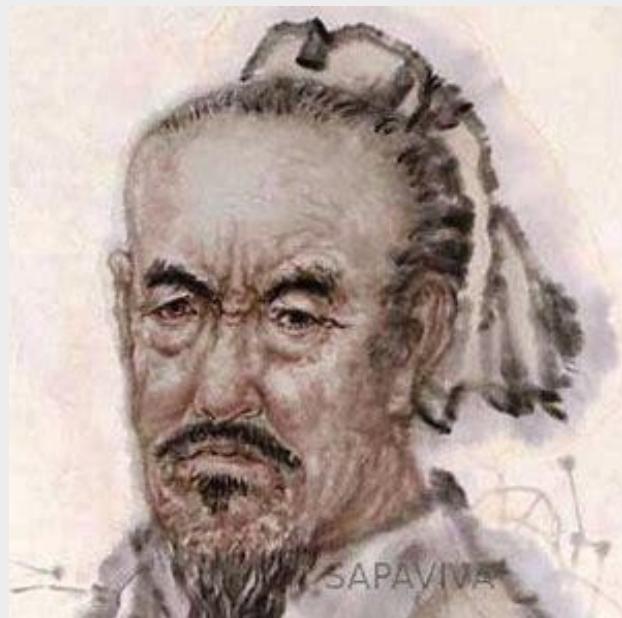


02

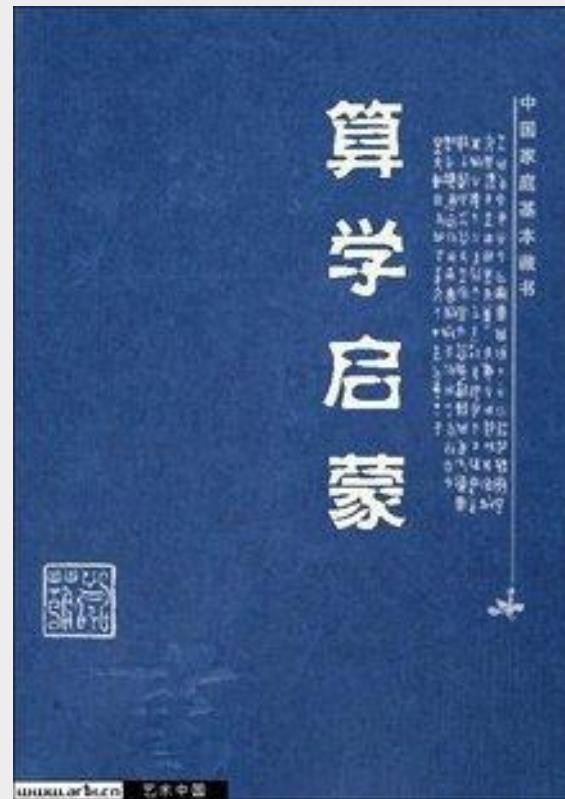
## 朱世杰和四元术



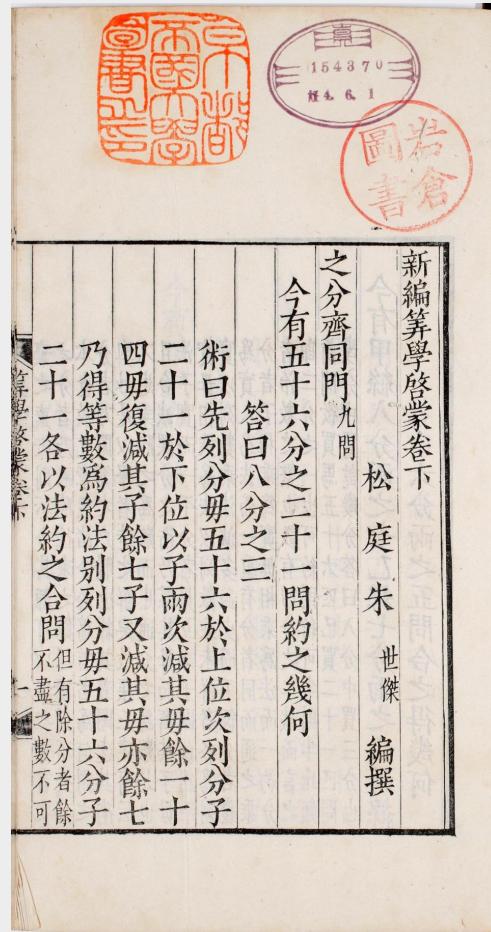
**朱世杰**（生卒年代不详，大约生活在13，14世纪），元代著名数学家，字汉卿，号松庭，北京附近人。朱世杰一生研究数学及进行数学教育，是杰出的数学家和数学教育家。



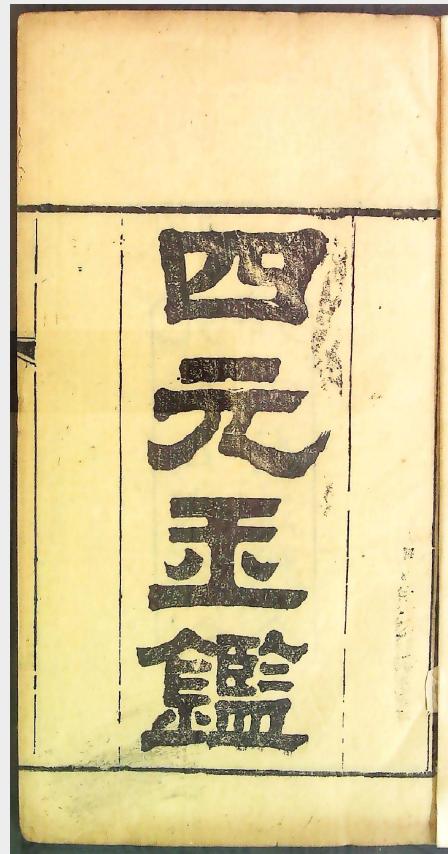
朱世杰曾以“数学名家周游湖海二十余年，四方之来学者日众”。他集宋金元数学之大成，著有《算学启蒙》（1299）、《四元玉鉴》（1303）传世。



《算学启蒙》共3卷，259问，内容包括四则运算、高次开方、“天元术”等，是一部当时较好的数学启蒙书。其中所给出的正负数乘除法则和完整的“九归”除法口诀，为中国数学史上的首创。



《四元玉鉴》全书3卷，288问，  
主要有朱世杰在多元高次方程组的解  
法：“**四元术**”，以及高阶等差级数  
的计算：“**垛积术**”、“**招差术**”等  
方面的研究和成果。





朱世杰不仅提出了多元（最多到四元）高次联立方程组的算筹摆置记述方法，而且把四元一次联立方程解法推广到四元高次联立方程。

《四元玉鉴》含二元问题36个，三元问题13个，  
四元问题7个，“四元术”的题目代表了当时世界范围内方程组理论的最高水平。

朱世杰的高阶等差数列求和公式包含任意高次差的招差公式。

朱世杰的垛积招差术，是世界数学史上的首创，比牛顿的同样结果早400年。



感谢聆听

